

Tentamen Programmacorrectheid, 22 augustus 2008

Tijdsduur 3 uur. Gesloten boek.

Voorzie alle in te leveren bladen van je naam, en nummer ze. Schrijf op het eerste blad het aantal ingeleverde bladen. Werk netjes, formuleer scherp en zorgvuldig. Schrijf duidelijk leesbaar. Geef in alle gevallen volledige en volledig correcte annotaties. Behandel de herhalingen met het volledige stappenplan.

Als het tentamen is nagekeken, kun je het inzien bij Wim H. Hesselink, Bernoulliborg kamer 374.

Opgave 1 (16 %). Gegeven zijn de programmavariabelen $i, k : \mathbb{Z}$. Bepaal een geannoteerd commando S dat voldoet aan

$$\begin{array}{l} \{ i = X \wedge k = Y \geq 0 \} \\ S \\ \{ i \geq 0 \wedge ((i = X + Y \wedge k = X) \vee (i = -X + Y \wedge k = -Y)) \} . \end{array}$$

Opgave 2 (48 %). Gegeven zijn constanten $m, c : \mathbb{Z}$, en een functie $h : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}$ die zwak stijgend is in zijn beide argumenten. Bepaal een commando S ter bepaling van het aantal Z van paren (i, j) met $0 \leq j \wedge 3 \cdot j < i \leq m \wedge h(i, j) \leq c$. (a: 26 %) Maak een schets van het te onderzoeken gebied, rekening houdend met de gegeven ongelijkheden. Geef aan waar berg en dal liggen, hoe de hoogtelijn loopt, en waar je het resterende zoekgebied legt. Definieer een functie waar het getal Z mee berekend kan worden. Bepaal recurrente betrekkingen voor deze functie, inclusief basisgeval(len).

(b: 4 %) Geef een formele specificatie voor commando S .

(c: 18 %) Bepaal een commando S met tijdscomplexiteit $\mathcal{O}(m)$ dat aan bovenstaande specificatie voldoet.

Opgave 3 (36 %). Gegeven zijn arrays a en b van reële getallen, en alle elementen van a zijn positief:

$$\begin{array}{l} \text{const } n : \mathbb{N}, \quad a, b : \text{array } [0 \dots n) \text{ of } \mathbb{R} \\ \{ \forall i \in [0 \dots n) : a[i] > 0 \} . \end{array}$$

Bepaal een commando S ter berekening van het maximum van de producten $a[i] \cdot b[j]$ voor $j \leq i$ volgens

$$\text{Max}(a[i] \cdot b[j] \mid i, j : 0 \leq j \leq i < n) .$$

Je mag in het programma de binaire operator **max** en de constanten $+\infty$ en $-\infty$ gebruiken. De tijdscomplexiteit van commando S dient $\mathcal{O}(n)$ te zijn.

Stel eerst recurrente betrekkingen voor relevante functies op. Geef dan een formele specificatie. Leid een geschikte invariant af en bedenk dat je deze desgewenst kunt versterken met hulpinformatie.